

抵抗性交換型不安定性における 固有モードの特性評価

第16回 若手科学者によるプラズマ研究会 3/4-6

北海道大学大学院 上田亮介

Introduction

- LHD実験では抵抗性交換型不安定性に起因すると考えられる低次モードの磁場揺動が観測されているが、これらの揺動と磁気島との関係は明らかになっていない。
- 抵抗性交換型不安定性の特性は、不安定性の成長率・モード構造などが指標として用いられてきた。
- しかし、磁気島に関連した抵抗性交換型不安定性の特性はあまり研究されていない。
- 本研究では**磁気島幅に関連する新たな指標**を導入し、線形フェイズでの各固有関数における抵抗性交換型不安定性の特性を調べることを目的とした。
- また、導入した指標を用いてインターチェンジモードの固有モードとティアリングモードの磁気島幅に関連する特性を比較した。

Governing equations

- 簡約化MHD方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla_{\perp}^2 \phi = [\phi, \nabla_{\perp}^2 \phi] + [\nabla_{\perp}^2 A, \psi] + \frac{\partial}{\partial z} \nabla_{\perp}^2 A + [\Omega, p]$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = [\phi, \psi] + \frac{\partial \phi}{\partial z} + \eta \nabla_{\perp}^2 A$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = [\phi, p]$$

$$\nabla_{\perp}^2 = \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$[f, g] = (\nabla f \times \nabla g) \cdot \mathbf{e}_z.$$

ϕ : stream function

ψ : poloidal magnetic flux

p : pressure

- 固有方程式

$$\gamma \nabla_{\perp}^2 \tilde{\phi} = k_{\parallel} \nabla_{\perp}^2 \tilde{A} + k_{\perp} ((\nabla_{\perp}^2 A_0) \tilde{\psi} + \Omega' \tilde{P})$$

$$\gamma \tilde{A} = -k_{\parallel} \tilde{\phi} + \eta \nabla_{\perp}^2 \tilde{A}$$

$$\gamma \tilde{P} = k_{\perp} P'_0 \tilde{\phi}$$

交換型不安定性の解析では
0次電流成分を無視
 $J_0 = \nabla_{\perp}^2 A_0 \longrightarrow 0$

Calculation conditions

- 計算条件

- ポロイダル/トロイダルモード数 $m/n = 1/1$
- 空間分割数 5000

- 計算手法

- Shooting法により複数の固有値・固有関数を解く

- 境界条件

$$\psi(0) = \psi(1) = 0$$

$$\phi(0) = \phi(1) = 0$$

trivialな解を除くため次の条件を付与

$$\left. \frac{d\psi}{dr} \right|_{r=1} = 1$$

固有値(成長率)の大きい順に
第1、第2固有モードと定義

Equilibrium profile

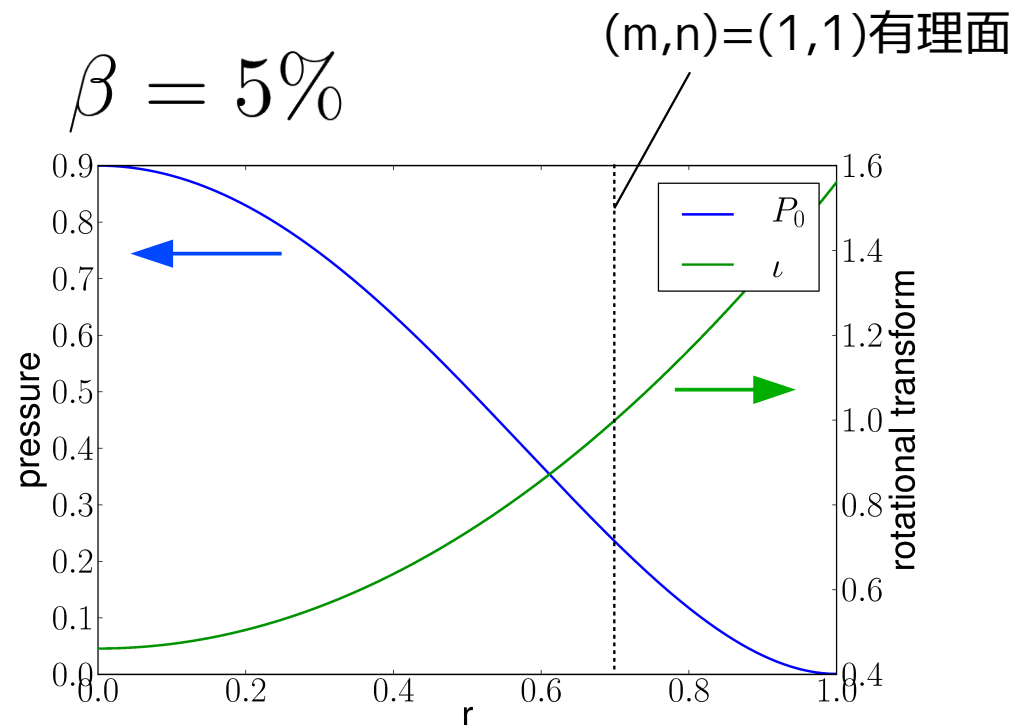
- $P_0 = \frac{\beta}{2\epsilon^2} [(1 - p_a)(1 - r^2)^2 + p_a]$
- $\iota = \iota_a + \iota_b r^2$

$$p_a = 10^{-3}$$

$$\iota_a = 0.461$$

$$\iota_b = 1.1$$

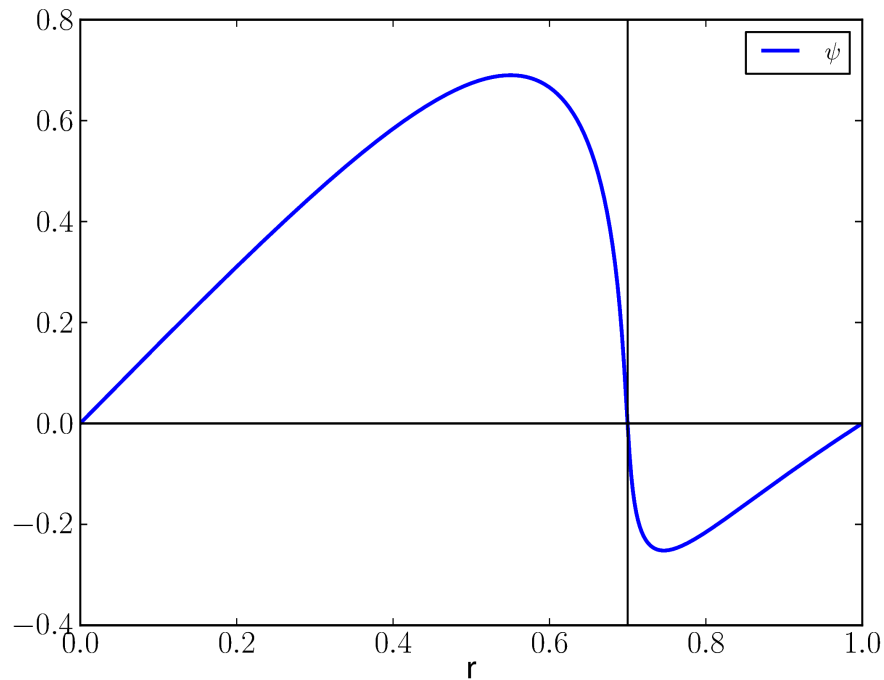
$$\epsilon = a/R_0 = 0.6/3.6$$



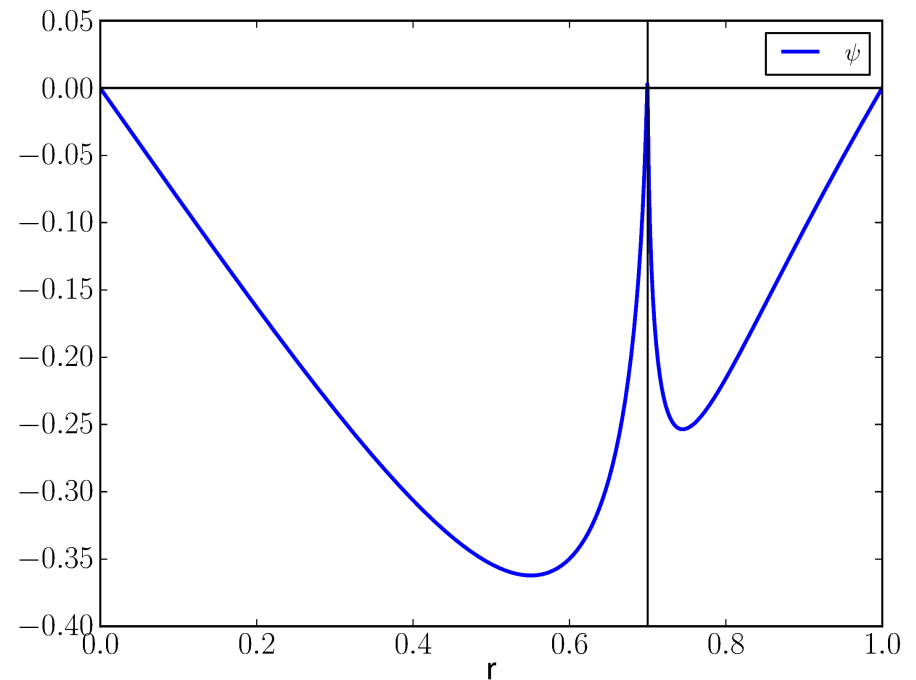
理想交換型不安定性の固有モード

- ポロイダル磁束 ψ

$\beta = 4\%$ 第1固有モード



第2固有モード

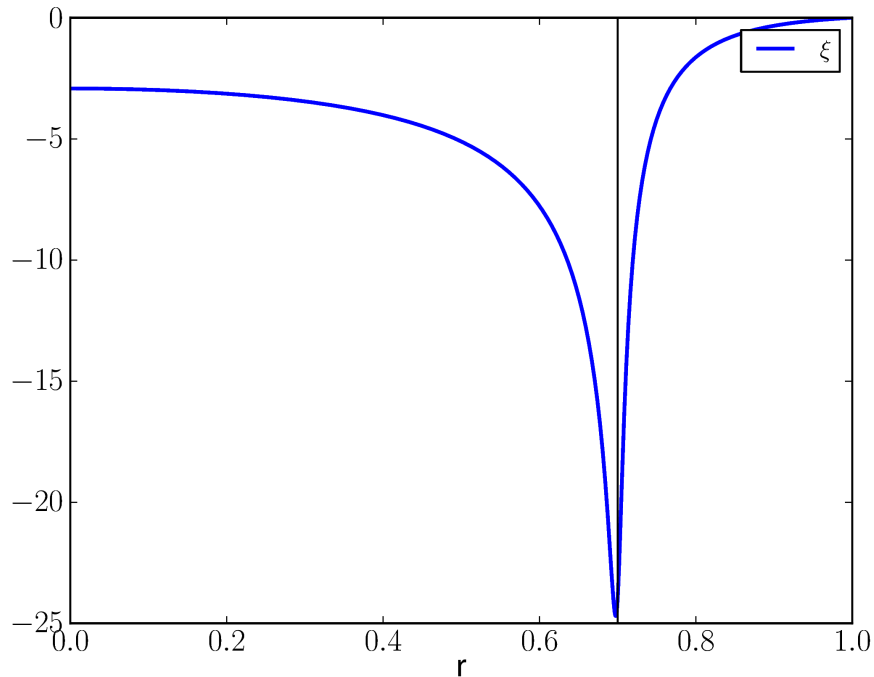


- 第1、第2固有モードともに有理面で $\psi = 0$
- 理想MHDなので磁気島が現れない

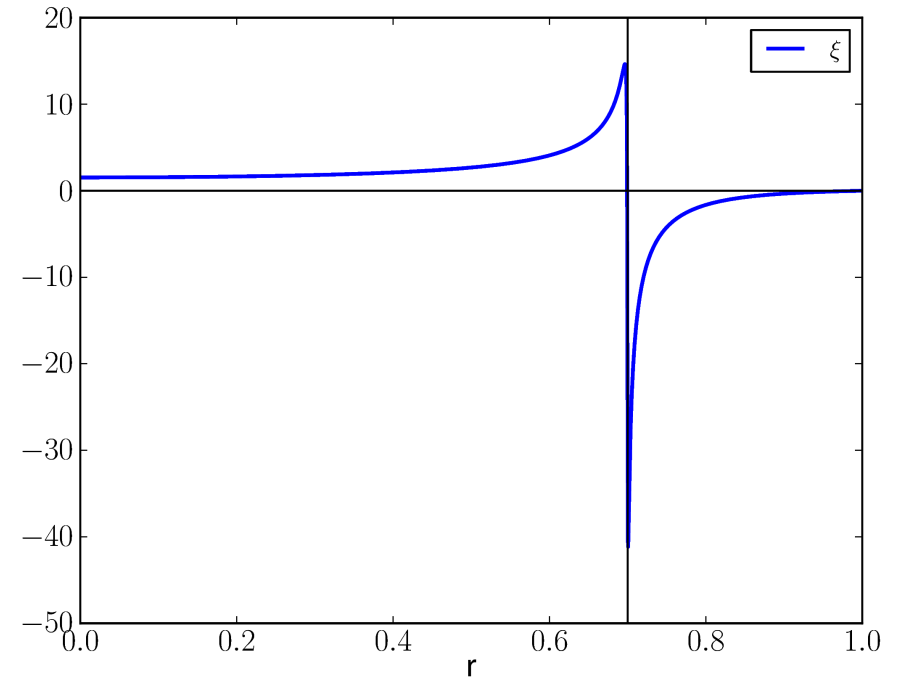
理想交換型不安定性の固有モード

- 径方向変位 ξ_r

$\beta = 4\%$ 第1固有モード

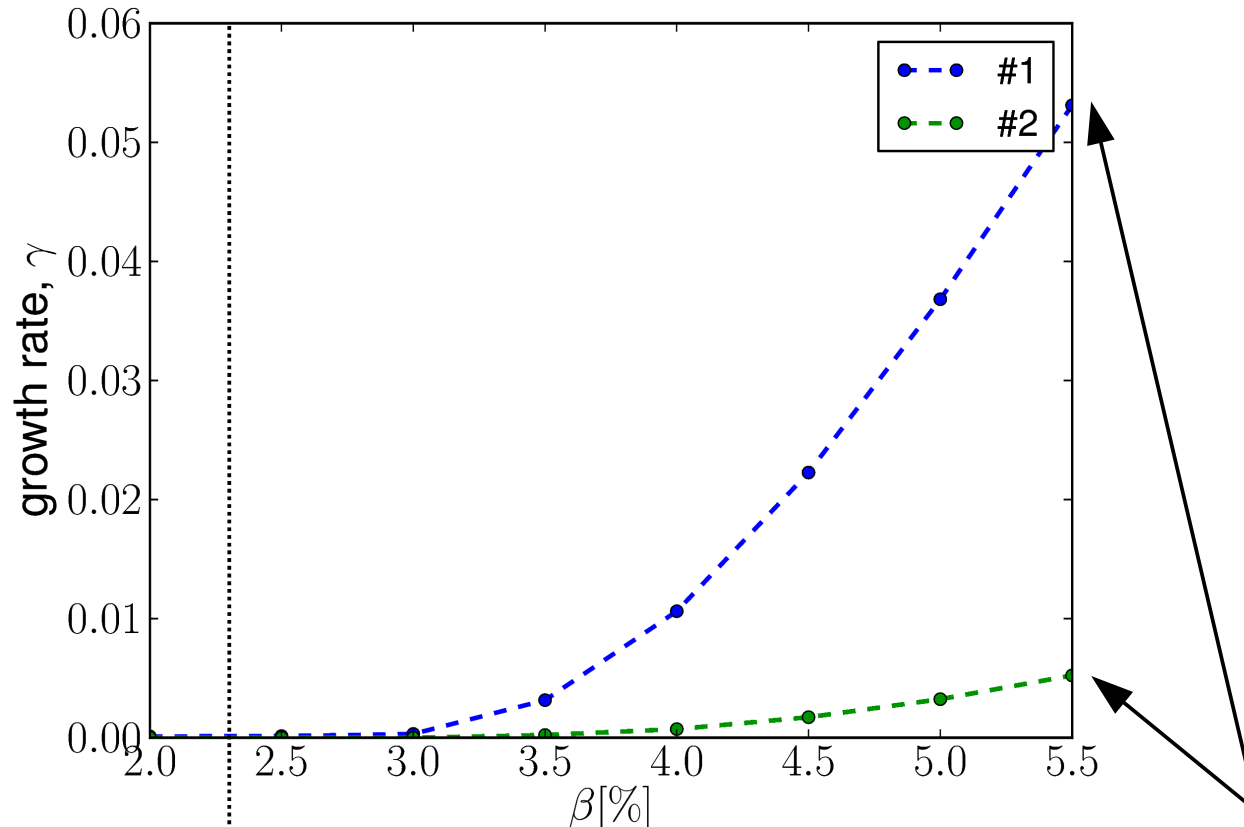


第2固有モード



- 第1固有モードは有理面を挟んで偶構造、第2固有モードは奇構造

理想交換型不安定性の成長率



Suydam limit
 $\beta = 2.3\%$

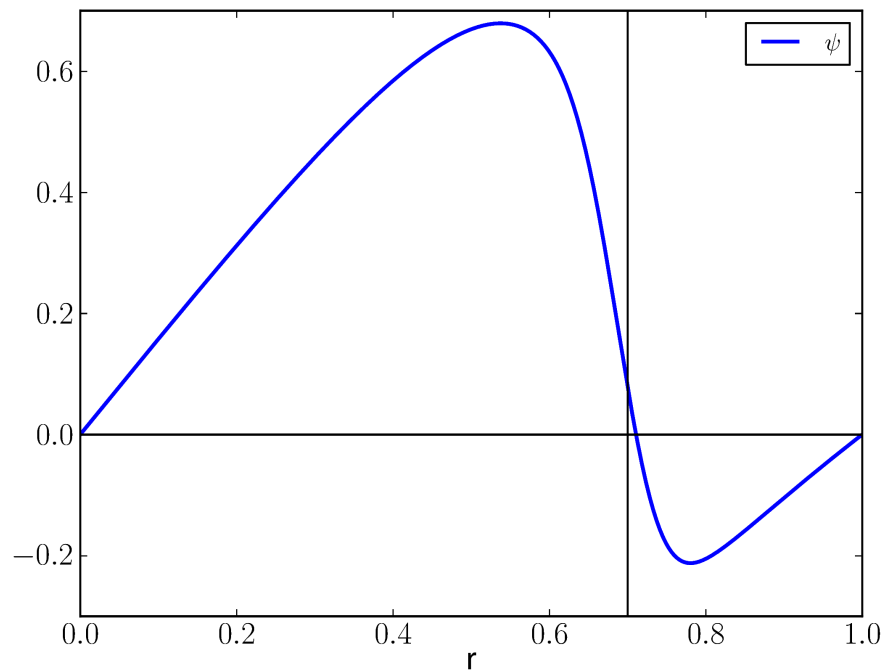
- 第1固有モードと第2固有モードでは成長率に大きな差がある。

抵抗性交換型不安定性の固有モード

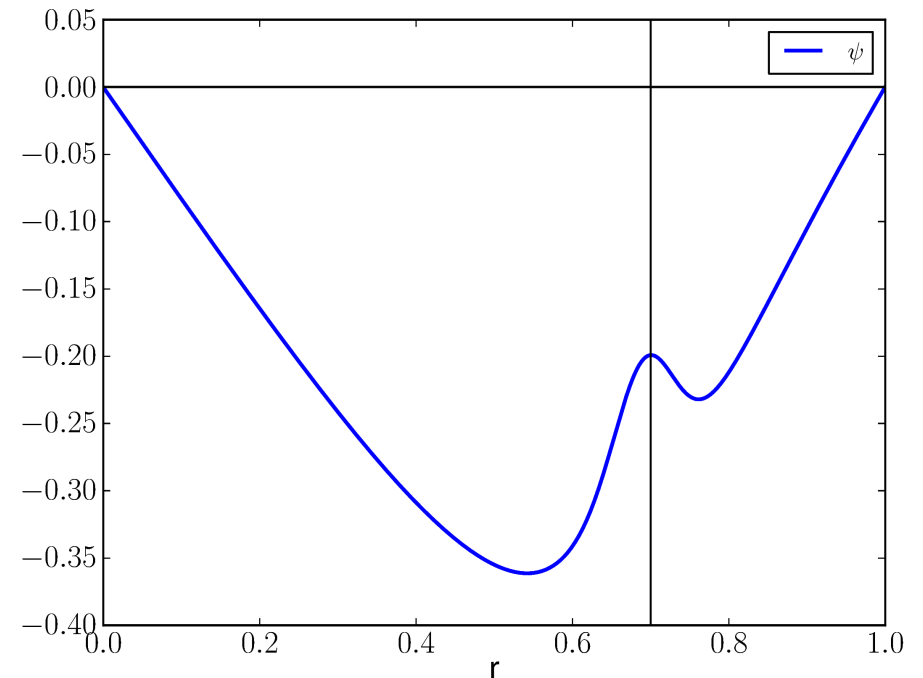
- ポロイダル磁束 ψ

$$\beta = 4\% \quad S = 10^4$$

第1固有モード



第2固有モード



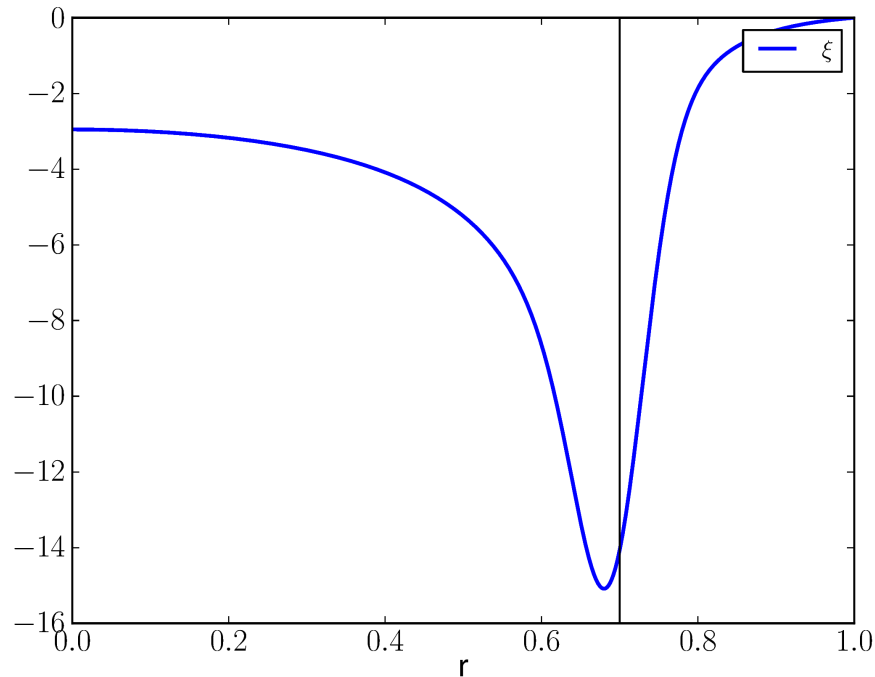
- 有理面上で ψ が有限な値をもつ(磁気島が存在する)
 - 特に第2固有モードでは明らか

抵抗性交換型不安定性の固有モード

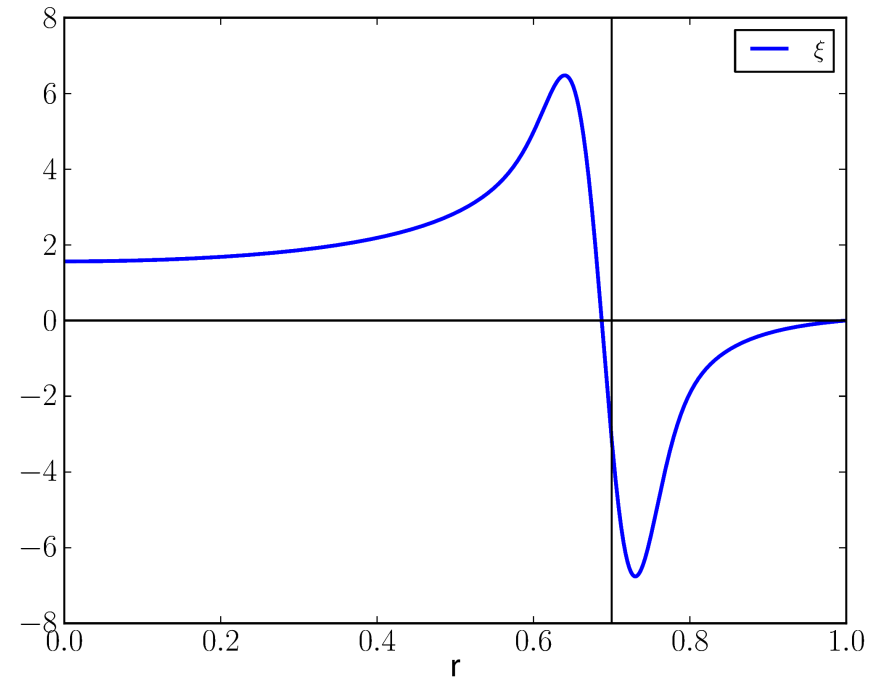
- 径方向変位 ξ_r

$$\beta = 4\% \quad S = 10^4$$

第1固有モード



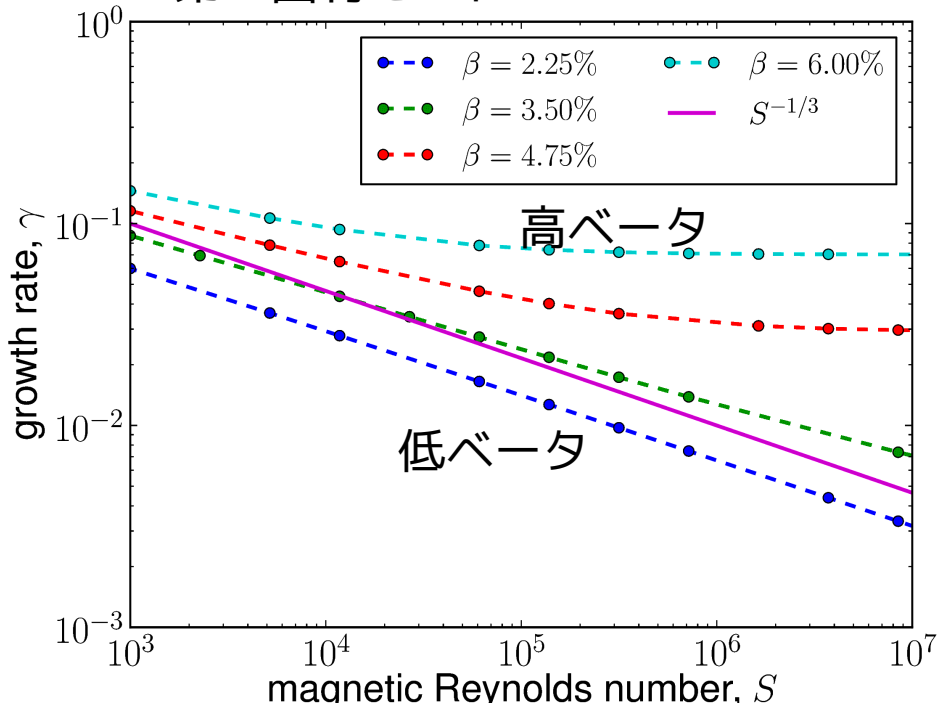
第2固有モード



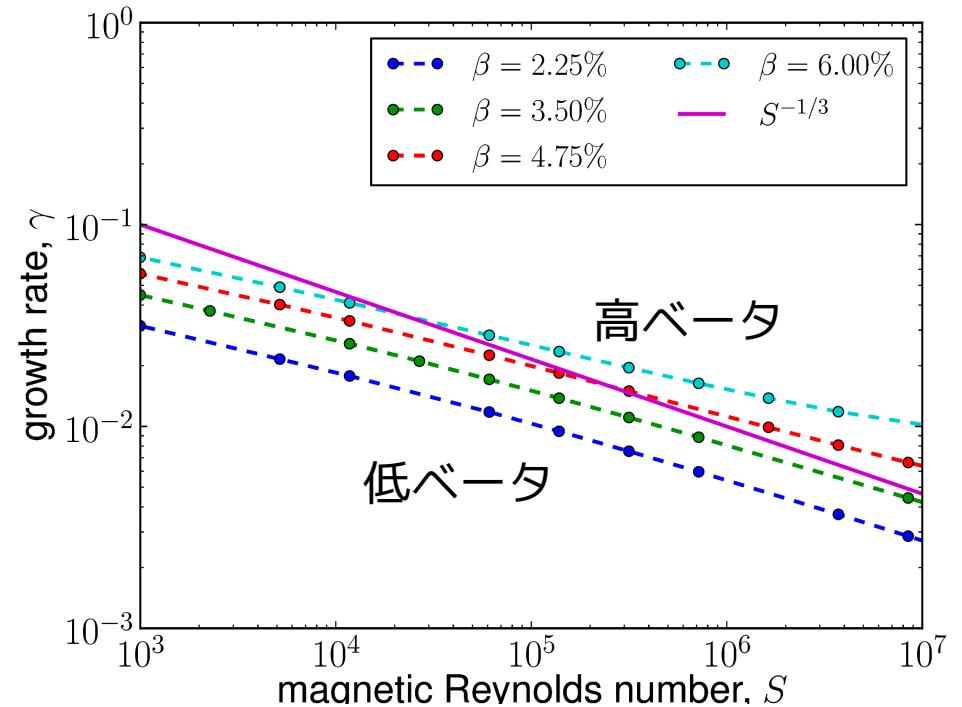
- 理想モードと同様、第1固有モードは有理面を挟んで偶構造、第2固有モードは奇構造

抵抗性交換型不安定性の成長率

第1固有モード



第2固有モード



- 第1、第2固有モードとも低ベータ値で
 - 抵抗性交換型不安定性の特徴($\gamma \sim S^{-1/3}$)を持つ
 - 抵抗性モードでは第1と第2固有モードの成長率に理想モードほどの大きな差はない。
- 第2固有モードでは理想モードの成長率が低いため、高ベータ値でもS依存性が変わらない

抵抗性交換型不安定性の磁気島に関する特性

- 各固有モードにおける磁気島幅

- 磁気島幅は有理面での値を用いて $w = 4\sqrt{\psi/l'}$ から求められる。

→しかし線形解析では定量的な値は得られない。

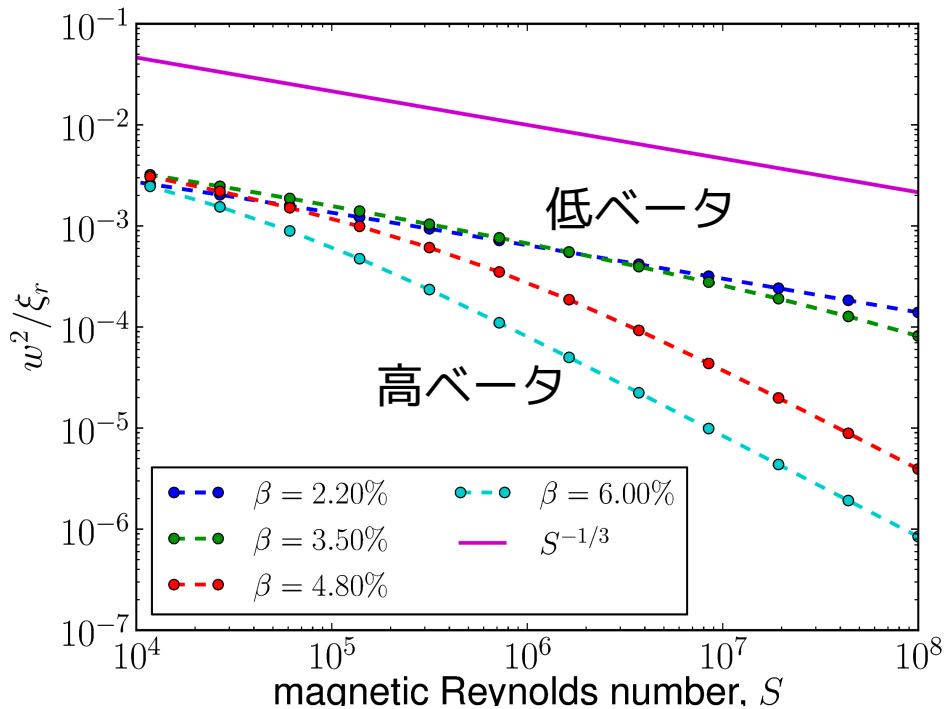
- 径方向変位 ξ_r と ψ との比を用いて w^2/ξ_r を指標とし抵抗性交換型不安定性の特性を調べた。

- ψ は有理面での値、 ξ_r は振幅の最大値を用いる

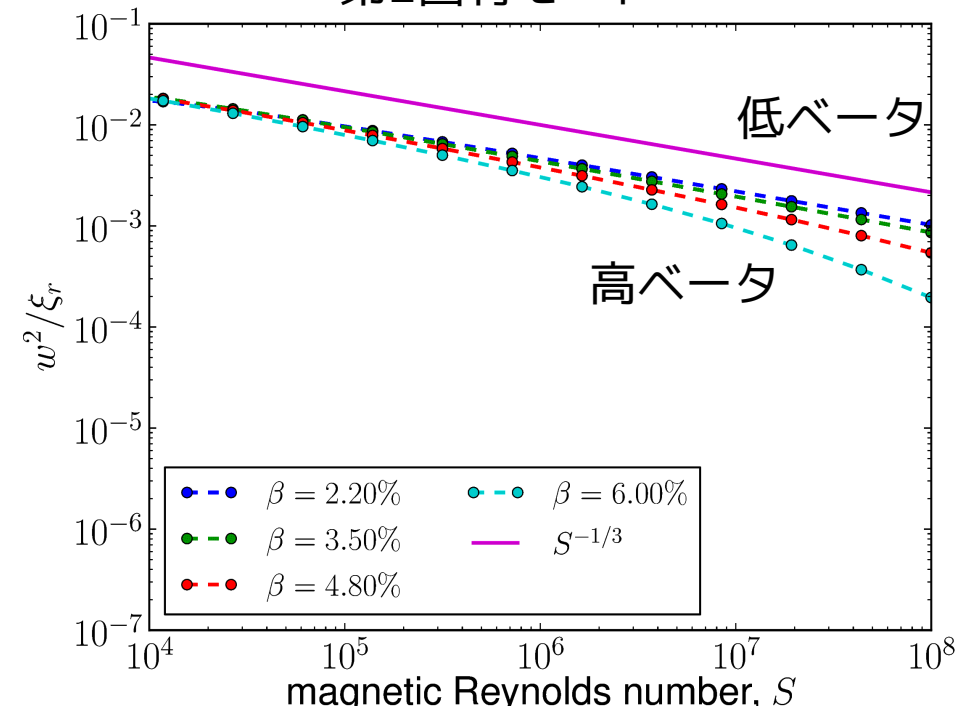
$$\frac{\psi}{\xi} \sim \frac{w^2 l' / 16}{\xi_r} \sim \frac{w^2}{\xi_r}$$

w^2/ξ_r による固有モードの特性

第1固有モード



第2固有モード

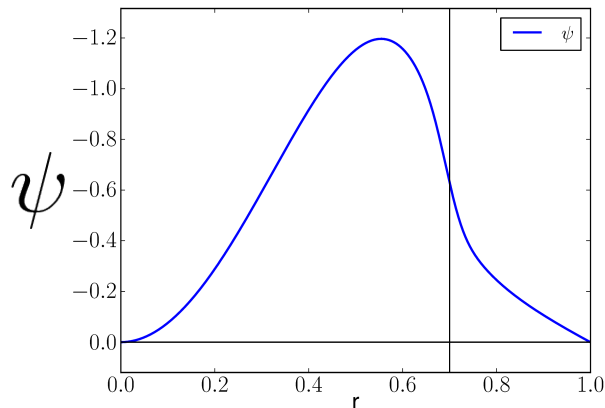


- w^2/ξ_r は第2固有モードの方が大きい傾向にある。
 - ξ_r が同程度と仮定すれば、第2固有モードの方が磁気島を形成しやすい
- 両固有モードとも低ベータ値で $w^2/\xi_r \sim S^{-1/3}$

ティアリングモードでの w^2/ξ_r

- インターチェンジモードではティアリングモードと比較して磁気島が小さいと言われている。

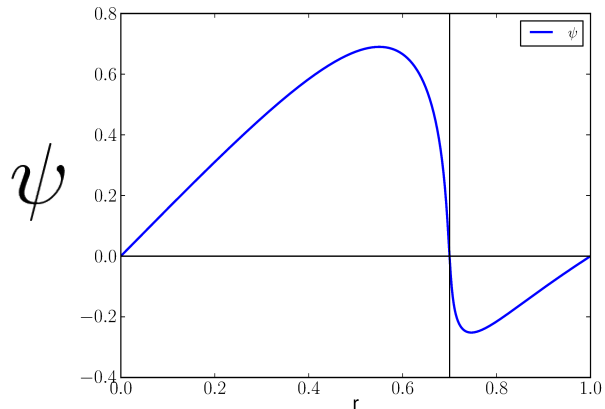
ティアリングモード(m,n)=(2,1)



- ψ の有理面での値とピーク値との比 $\psi_s/\psi_{\text{peak}}$ はティアリングモードの方が大きい

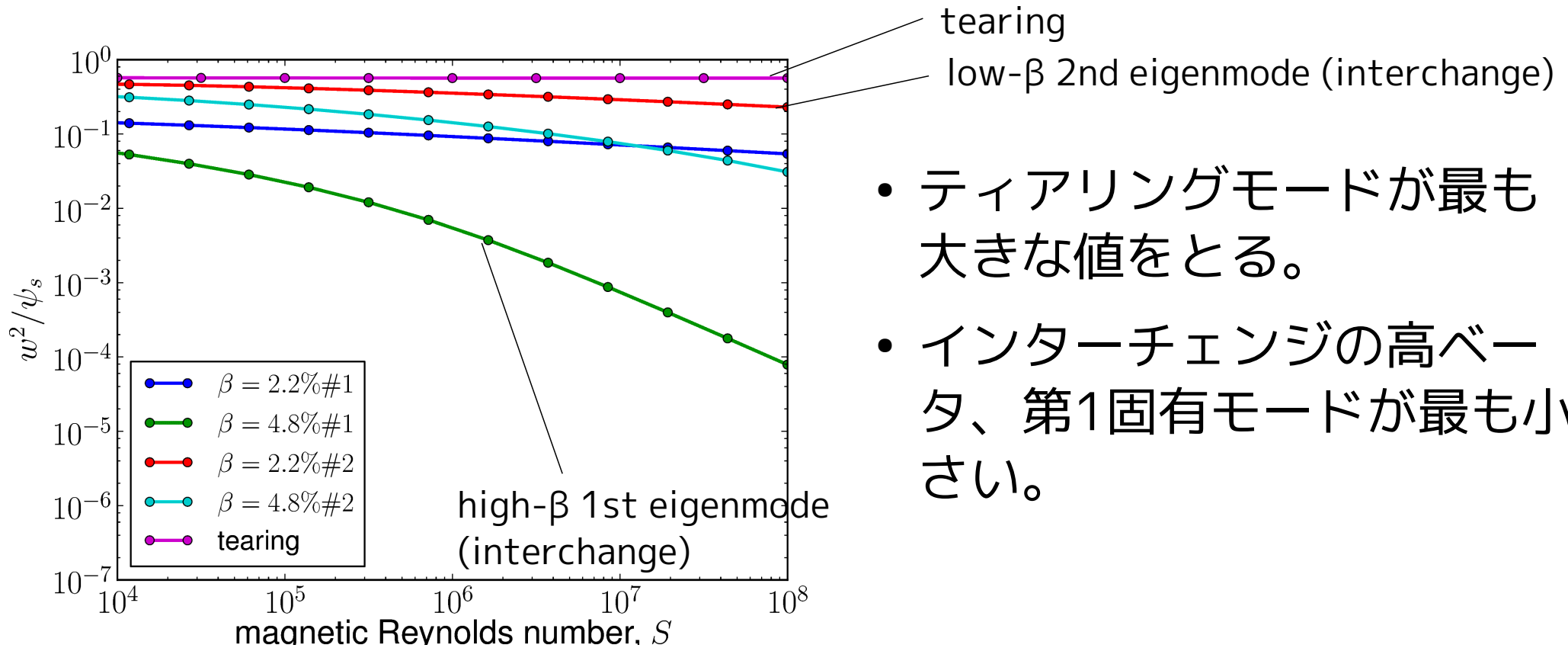
- ティアリングモードの方が磁気島が大きくなりやすい？

インターチェンジモード#1



- w^2/ψ_{peak} と w^2/ξ_r による特性に違いは現れるのか？

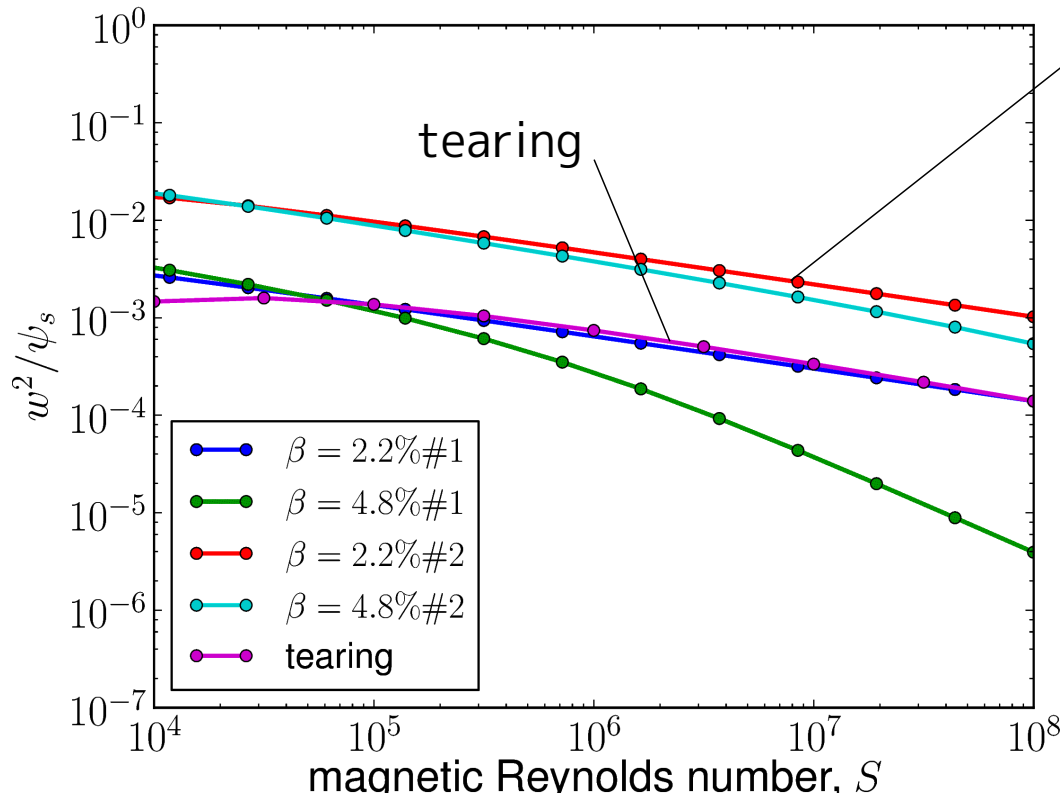
w^2/ψ による特性



- ティアリングモードが最も大きな値をとる。
- インターチェンジの高ベータ、第1固有モードが最も小さい。

- ティアリングモードはほとんど S に依存しない
- 磁気島はティアリングモードの方ができやすい^{1?}

w^2 / ξ_r による特性



- w^2 / ψ の場合とは異なり、交換型不安定性の第2固有モードが最も大きい。

- ξ_r が同程度であれば、基準の選び方によっては交換型不安定性の第2固有モードの方がティアリングモードよりも磁気島を形成しやすいモード構造となる。

Conclusion

- 抵抗性交換型不安定性の第 1、第 2 固有モードを解析した。
- 磁気島と関連した指標を導入し、各固有モードの特性を調べた。
- 交換型不安定性の第 2 固有モードは磁気島を作りやすい特性を持つことが示された。
- 新たに導入した指標によれば、インターチェンジモードの第 2 固有モードは、ティアリングモードよりも磁気島を形成しやすい構造である可能性があることを示した。