ENO スキームを用いた地球プラズマシート内希薄波の発展と消滅のシミュレーション

Tretler Rudolf (D4), 白澤 唯汰 (B3)
電気通信大学 龍野研究室

プラズマ粒子が地球の大気に衝突すると、オーロラが起こる。磁気嵐の時に、大量のプラズマが地球の磁気圏から一気に流れてきて、オーロラの強度が爆発的に上昇する現象をオーロラ爆発現象と呼ぶ。

オーロラ爆発現象は、地球磁気圏の一部であるプラズマシートの擾乱に由来する。太陽風の影響で伸ばされているテイル側の磁力線がほぼ平行になっていて、北と南の磁力線の間には磁場がほとんどない中性領域ができあがる（Fig. 1)。その中性領域にプラズマ粒子が溜まるため、プラズマシートと呼ぶ。低磁場・高密度のプラズマシートが高磁場・低密度の磁気ローブに上下から挟まれている。

オーロラ爆発現象に繋がるプラズマシートの物理現象は三つあり、プラズマシートから地球大気へのプラズマの流れ、シート横断電流の擾乱、磁気リコネクションである。この現象の順番は不明で、2 つの候補モデルが上げられている：磁気リコネクションが起源の Near-Earth Neutral Line (NENL) モデルと電流擾乱が起源の Current Disruption (CD) モデル。この研究では CD モデルを対象にしている。

CD モデルの特徴は、プラズマシート内に地球側からテイル方面へ伝わる希薄波である。プラズマシートの密度が希薄波で低下し、シートとローブのバランスが崩れて、その境界面が内側へ移動する。最終的に、テイルの北ローブと南ローブの反対向きの磁力線が充分に近づくことで、磁気リコネクションが起こる。希薄波の影響によるプラズマシートの変形をシミュレーションする。

希薄波の簡単な 1 次元モデルの理論 [1] がある。そのモデルを 2 次元に拡張し、磁気ローブが希薄波の伝達に与えている影響を調べる必要がある。プラズマシートの簡単な 2 次元モデルとして、磁場がない一様なシートが磁場が強い一様なローブに上下から挟まれているとする（Fig. 1)。希薄波を起こす初期擾乱は、プラズマシートの左側（地球側）に左向きの初期速度である。

理想 MHD 方程式の保存則を用いてシミュレーションを行う。1 次元の場合、保存則は

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = 0, \tag{1}$$

で表されて、理想 MHD 方程式だと変数ベクトル $\mathbf{U}$ と流速 F は

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ B_y \\ B_z \\ e \end{bmatrix}, \; F(\mathbf{U}) = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho uu - B_x B_x + p_{total} \\ \rho vu - B_x B_y \\ \rho wu - B_x B_z \\ B_y u - B_x v \\ B_z u - B_x w \\ u(e + p_{total}) - B_x(\mathbf{u} \cdot \mathbf{B}) \end{bmatrix} \tag{2}$$

となる。ただし、$\rho, \mathbf{u} = (u, v, w), \mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z), e, p$ はそれぞれ密度、速度ベクトル、磁場ベクトル、内部エネルギー、圧力を表す。圧力 p の方程式は、比熱比 γ を用いて、

$$p = (\gamma - 1)(e - \frac{1}{2}\rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} - \frac{1}{2}\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}) \tag{3}$$

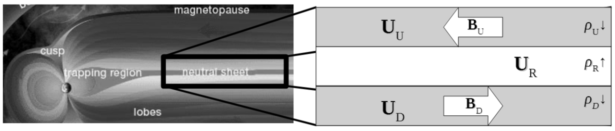

Figure 1: プラズマシートの構造と簡単化モデル

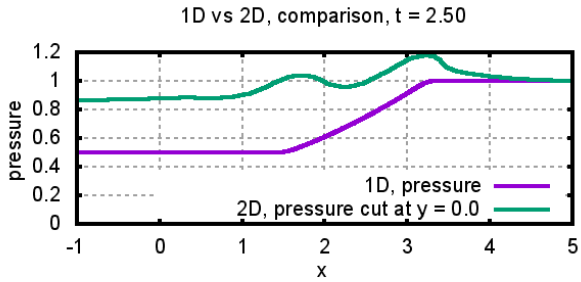

Figure 2: 1 次元と 2 次元シミュレーションの比較

とし、全体圧力 $p_{total} = p + \frac{1}{2}\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}$ とする。磁場は $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ を満たさなければならない。

プラズマシートの構造や生成される流れにはショックが含まれているため、ショックには強い数値解法が必要となる。この研究では、空間微分は ENO (Essentially Non-Oscillatory) 法 [2][3] 、時間微分は TVD (Total Variation Diminishing) の 3 次 Runge-Kutta 法 [4] を用いる。

式 1, 2 の 1 次元の保存則を x, y 方向に解くと、 2 次元モデルとして使用できる。ただし、 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ を保証する方程式がないため、磁場の数値誤差は指数関数的に増加する。そこでは、Poisson 方程式 $\nabla^2 \phi + \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ を SOR 法 (Successive Over-Relaxation、逐次加速緩和法) で解いて、得られた ϕ で $\mathbf{B}_c = \mathbf{B} + \nabla \phi$ を計算して $\mathbf{B} := \mathbf{B}_c$ とすれば磁場を修正できる。

希薄波が現れるのは最初の一瞬のみで、すぐにシニング（幅の現象）に上書きされて、その後はシニングが独自で伝達する。希薄波が完全に消滅しているということは、シニングの進行速度が希薄波の進行速度（シート内の音速）より遥かに遅いということから分かる。

すなわち、モデルを 2 次元に拡張し、ローブの影響を入れると、CD モデルの特徴であるはずの希薄波が消える。

References

[1] J. K. Chao *et al.*, Planet. Space Sci., vol. 25, 1977.
[2] A. Harten, J. Comp. Phys., vol. 71, 1987.
[3] C.-W. Shu, Lecture Notes in Mathematics, vol. 1697, 1998.
[4] S. Gottlieb and C.-W. Shu, Math. Comput., vol. 67(221), 1998.