

ジャイロ運動論モデル — 現代的な定式化と最近の話題 —

日本原子力研究開発機構 宮戸直亮

ジャイロ運動論モデルあるいはドリフト運動論モデルの基本的考え方は、ドリフト波乱流シミュレーションなどでは不要な荷電粒子の速いジャイロ運動と、それ以外のゆっくりとした運動を分離することである。これは、伝統的には微分方程式である運動論方程式を速い運動について平均するという手法で行われたが、現代的な定式化では単一荷電粒子運動の基本1-形式（相空間ラグランジアン）に対するリー変換を用いた摂動解析によって行われる。

現在、標準となっているジャイロ運動論の定式化では、2段階の変換が用いられる。まず、平衡磁場中の荷電粒子運動のラグランジアンから、 $\epsilon_B = \rho/L_B$ (ρ は粒子のジャイロ半径、 L_B は平衡磁場の勾配長)を微小パラメータとして、ジャイロ角の依存性が取り除かれる。これが案内中心変換 (guiding-centre transformation) であり、電場がない場合のドリフト運動論モデルが得られる。次に、得られた案内中心ラグランジアンに電磁場の微小揺動が導入される。これに伴い、ジャイロ角の依存性が再びラグランジアンに入ってしまうので、 $\epsilon_\delta = e\delta\varphi/T$ を微小パラメータとするジャイロ中心変換 (gyro-centre transformation) を行い、再導入されたジャイロ角の依存性を取り除く。このジャイロ中心ラグランジアンからジャイロ運動論で見られる運動方程式 (Euler-Lagrange 方程式) が得られる。ジャイロ中心変換では、 $\epsilon_\delta \ll 1$ と微小振幅を仮定する一方で、磁力線に垂直な波数は $k_\perp\rho \sim 1$ と仮定しているので、ジャイロ半径程度の短波長の揺動を取り扱うことが可能となり、ドリフト波乱流などの微視的乱流を解析するのに適している。

なお、ジャイロ運動論モデルの長波長極限のことがドリフト運動論極限と呼ばれることがあるが、ジャイロ運動論モデルがドリフト運動論モデルを包含しているわけではないことに注意する必要がある。なぜなら、上で見たようにジャイロ運動論モデルでは微小振幅が仮定されているが、ドリフト運動論にはそのような仮定は無いからである。また、そもそも標準的なジャイロ運動論モデルでは長波長成分を正しく取り扱えない可能性がある。ジャイロ中心変換で用いられた微小パラメータは $\epsilon_\delta = e\delta\varphi/T \ll 1$ であったが、これは形式的なもので、実際のところ波数も含めた $k_\perp\rho e\delta\varphi/T \ll 1$ (これは $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフト速度が熱速度よりも小さいことを意味する) が意味ある微小パラメータであると考え、この条件はジャイロ運動論の想定する短波長領域 ($e\delta\varphi/T \ll 1, k_\perp\rho \sim 1$) だけでなく、長波長領域 ($e\delta\varphi/T \sim 1, k_\perp\rho \ll 1$) においても満たされるので、ジャイロ運動論モデルは長波長でも適用可能なのではないかと期待される。ジャイロ中心変換についてはこのように微小パラメータを読みかえても問題が無いように思われるが、問題は静電ポテンシャルを求めるのに用いられるジャイロ運動論的ポアソン方程式あるいはジャイロ運動論的準中性条件に現れる。この最近の話題についても紹介する。